



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

---

**Ejercicio 1. [2'5 puntos]** Sea  $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por  $f(x) = \frac{x(\ln x)^2}{(x-1)^2}$ , siendo  $\ln$  la función logaritmo neperiano. Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, hállala.

---

**Ejercicio 2.** Sea  $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  una función tal que su función derivada viene dada por

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x & \text{si } 0 < x < 3 \\ -2x + 8 & \text{si } 3 \leq x < 4 \end{cases}$$

(a) [1'75 puntos] Determina la expresión de  $f$  sabiendo que  $f(1) = \frac{16}{3}$ .

(b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

---

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} x - y + z &= 2 \\ x + \lambda y + z &= 8 \\ \lambda x + y + \lambda z &= 10 \end{aligned} \right\}$$

(a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro  $\lambda$ .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema para  $\lambda = 2$ .

---

**Ejercicio 4.** Considera los puntos  $A(2, 1, 2)$  y  $B(0, 4, 1)$  y la recta  $r$  de ecuación  $x = y - 2 = \frac{z - 3}{2}$

(a) [1'5 puntos] Determina un punto  $C$  de la recta  $r$  que equidiste de los puntos  $A$  y  $B$ .

(b) [1 punto] Calcula el área del triángulo de vértices  $ABC$ .

---



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

---

**Ejercicio 1.** Se sabe que la función  $f: [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ -4 + \sqrt{x-1} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$  es derivable en el intervalo  $(0, 5)$ .

(a) [1'75 puntos] Calcula las constantes  $a$  y  $b$ .

(b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

---

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Sean las funciones  $f$  y  $g: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , dadas por  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = \lambda\sqrt{x}$ , donde  $\lambda$  es un número real positivo fijo. Calcula el valor de  $\lambda$  sabiendo que área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones es  $\frac{1}{3}$ .

---

**Ejercicio 3.** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ m-4 & 1 & 1-m \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) [1 punto] Halla el valor de  $m \in \mathbb{R}$  para el que la matriz  $A$  no tiene inversa.

(b) [1'5 puntos] Resuelve  $AX = O$  para  $m = 3$ .

---

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Halla la ecuación de un plano que sea paralelo al plano  $\pi$  de ecuación  $x + y + z = 1$  y forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área  $18\sqrt{3}$ .

---